§2.1　各种变动要素的构成

在 X-11 方法中，原序列的变动假定由下面四个要素构成:

① 趋势·循环要素（TC）;

② 季节变动要素（S）;

③ 不规则变动要素（I）;

④ 周工作日变动要素（D）。

因经济指标的性质不同，这四种要素的构成也不同，同时季节调整的计算步骤也不一样，下面具体列举其不同的构成方法。

首先介绍几种记号:

D_p： 先验的周工作日调整要素;

D_r： 由回归式估计的周工作日变动要素;

P ： 先验的月份调整要素;

E ： 特异项;

I ： 残存的不规则要素。

(1) 月度序列的乘法模型:

$$Y = TC \times S \times I'' \times D''$$
$$Y = TC \times S \times I'' \times D'$$
$$Y = TC \times S \times I' \times D'$$
$$Y = TC \times S \times I'$$

其中: $D'' = D_p \times D_r$， $D' = D_r$， $I'' = P \times E \times I$， $I' = E \times I$ 。

(2) 月度序列的加法模型:

$$Y = TC + S + I'' + D_r$$
$$Y = TC + S + I' + D_r$$
$$Y = TC + S + I'$$

其中: $I'' = P + E + I$， $I' = E + I$ 。

(3) 季度序列的乘法模型:

$$Y = TC \times S \times I' \qquad (I' = E \times I)$$

(4) 季度序列的加法模型:

$$Y = TC + S + I' \qquad (I' = E + I)$$

§2.2　月份调整

月份调整(Prior Monthly Adjustment)是在季节调整之前，根据工作日数进行调整，主要是去掉节假日或其它原因造成的给定月份在不同年份之间工作日数多少的差别，这项调整只针对月度数据。

例如，在我国春节法定假日 3 天，但春节有时在一月份，有时在二月份，还有一月、二月里都有春节的假日，这样对在春节放假期间不生产或不营业的行业的某些统计指标影响就很大。

如果进行这一调整，需要用户提供月调整因子序列 P (Prior Monthly Adjustment Factors)，这里 $P=\{p_1, p_2, \cdots, p_n\}$，其中 p_j 为 j 月的调整因子，n 为总月数。例如，我国新年放假 1 天，春节放假 3 天，“五一”节放假 2 天，国庆节放假 3 天，还有某年某月份因某种原因停产或停止营业的天数，从相应的月中扣除这些天数就得到实际工作天数的序列，可作为月调整因子序列。下面结合乘法模型讨论 P 序列的确定方法。

注意对时间序列 Y 进行月份调整时，在乘法模型的情况下，采用除法，设 $\tilde{Y}$ 是调整后的序列，则

$$\tilde{y}_j = y_j / p_j \quad , \qquad j=1,2,\cdots,n \tag{2.1}$$

对于全星期不停产的企业和不停业的商店，P 序列可以是扣除了节假日的实际月工作天数序列，对于每星期休息 1 天或 2 天的企业和商业部门，P 序列可以是每月扣除节假日及休息日的实际工作天数序列，这样由(2.3)式得到的 $\tilde{Y}$ 序列是按工作日的月平均日值序列。P 序列也可以这样选择，已知每月的实际工作天数 D_j 及一段期间内的每月平均工作天数 $\overline{D}_L$ $(L=1,2,\cdots,12)$，用每月的实际工作天数除以相应的月平均工作天数，就可得到工作天数调整系数序列（表 2.1 是 2 月份的例子）

$$p_j = D_j / \overline{D}_L \quad , \qquad j=1,2,\cdots,n \tag{2.2}$$

这样由(2.1)式得到的月份调整后的 $\tilde{Y}$ 序列仍是月值序列。

在加法模型的情况下，采用减法：

$$\tilde{y}_j = y_j - p_j \quad , \qquad j=1,2,\cdots,n \tag{2.3}$$

这里 P 序列不能是天数，而应是和 Y 同量纲的绝对量序列，即假日、或休息日，或停产(停业)日对指标绝对量的影响部分。

§2.3　周工作日调整

所谓周工作日调整是从原序列中抽出因各月的周工作日(星期结构)不同而造成的变动。比如，百货商店的销售额受该月周围企业的休息日，以及百货商店的休息日数量的影响。这种情况下，除调整季节变动外，还应进行周工作日调整。

X-11 方法中的周工作日调整有两种。一种是用户已了解该指标的周工作日变动状况，在季节调整前，由用户先验地指定星期一、二至星期日各自的权数，从而得到周工作日调整要素，进行周工作日调整，称为先验的周工作日调整；另一种是在计算过程中，由计算程序通过回归分析自动求出星期一，二,……,日的权重，得到周工作日变动要素，然后根据 F 检验来判定是否进行周工作日调整。

一、先验的周工作日调整

为了求出周工作日要素 D_p，用户要输入星期一，二，……，日的权数 WEI_i $(i=1,\cdots,7)$，则

$$D_{pj} = \sum_{i=1}^{7} \left(x_{ij} \times WEI_i \right) \Big/ A_j \tag{2.4}$$

式中，x_{ij} 为第 j 个月中星期 i 的天数(此项由程序计算)，A_j 为第 j 月的天数，并且 $\sum_{i=1}^{7} WEI_i = 7.0$。于是，从 Y 中扣除 D_p，就进行了先验的周工作日调整。设 $\tilde{Y}$ 为先验的周工作日调整后的序列，乘法模型为

$$\tilde{y}_j = y_j / D_{pj} \quad , \qquad j = 1, 2, \cdots, n \tag{2.5}$$

注意：加法模型不适合作先验的周工作日调整。

表 2.1　计算 2 月份实际工作天数的调整因子

年	实际工作天数 D_{j_2}	调整因子 $p_{j_2} = D_{j_2} / \overline{D}_2$
1980	22	1.062391346
1981	21	1.014100831
1982	24	1.158972378
1983	21	1.014100831
1984	22	1.062391346
1985	21	1.014100831
1986	21	1.014100831
1987	24	1.158972378
1988	22	1.062391346
1989	21	1.014100831
1990	24	1.158972378
1991	21	1.014100831
1992	22	1.062391346
1993	24	1.158972378
1994	21	1.014100831
1995	22	1.062391346
1996	18	0.869229283
1997	17	0.820938768
1998	20	0.965810315
1999	17	0.820938768
2000	18	0.869229283
2001	20	0.965810315
2002	17	0.820938768
2003	17	0.820938768
平均	20.708	

【注】 j_2 为 2 月份数据在序列中的序号。

二、利用回归分析进行周工作日调整

在 X-11 中，假设周工作日变动要素包含在不规则要素中，即不规则要素的形式是 ID_r，假设已从原序列分解出 ID_r。下面用回归分析求出星期一，二，……，日的相应权重，从而可以将 ID_r 分解

为真正的不规则要素 I 和周工作日变动要素 D_r 。

乘法模型：

$$ID_{rj}-1.0=\frac{x_{1j}B_1+x_{2j}B_2+\cdots+x_{7j}B_7}{A_j}+I_j \tag{2.6}$$

加法模型：

$$ID_{rj}=x_{1j}B_1+x_{2j}B_2+\cdots+x_{7j}B_7+I_j \tag{2.7}$$

式中：

ID_{rj}：含第 j 月周工作日变动要素 D_r 的不规则要素；

x_{ij}： j 月中星期 i 的天数 $(j=1,\cdots,n)$；

B_i： 星期 i 的权重 （$\sum_{i=1}^{7}B_i=0$）；

A_j： j 月的天数，2 月取 28.25 天；

I_j： 真正的不规则要素。

设由此得到的 B_i 的估计值为 b_i 时，则 j 月的周工作日变动要素可由(2.6)式或(2.7)式求得，由乘法模型得到：

$$D_{rj}=\{x_{1j}(b_1+1)+x_{2j}(b_2+1)+\cdots+x_{7j}(b_7+1)\}/A_j \tag{2.8}$$

注意:在进行先验的周工作日调整的情况下,用(2.4)式中的权数 WEI_i $(i=1,\cdots,7)$ 代替(2.8)式中的 1 ，即 b_i+1 应该用 b_i+WEI_i 来代替。由加法模型得到：

$$D_{rj}=x_{1j}b_1+x_{2j}b_2+\cdots+x_{7j}b_7 \tag{2.9}$$

§2.4 特异项的修正

特异项是在不规则变动中具有显著异常值的项(如罢工、气候恶劣的影响、数据的误差等等)。为了准确地分解经济时间序列中的各因素，必须预先修正原序列，使不受异常值的影响。

一、特异项的界限值的设定

假设已从原序列中分解出不规则要素 I 。为了排除不规则变动要素 I 中的异常值，需要计算 I 的 5 年移动平均标准差(下面以月度数据为例)。首先计算初始的 5 年移动平均标准差，记为 $\{\sigma_j^0\}$ ，即

$$\sigma_j^0=\sqrt{\frac{1}{60}\sum_{i=j\times12-36+1}^{j\times12+24}\left(I_i-\bar{I}_j\right)^2}\quad,\qquad j=3,4,\cdots,m-2 \tag{2.10}$$

式中 $\bar{I}_j$ 是 I 序列的 5 年移动平均值， m 是 I 序列的年数。让 σ_j^0 对应于 5 年期间的中心年，每年计算

出一个 σ_j^0，故 $\{\sigma_j^0\}$ 是一个年度序列。当采用乘法模型时，将满足 $\left|I_i-1\right|>2.5\sigma_j^0$ 的 I_i 认为是特异的，在采用加法模型时，将 $\left|I_i\right|>2.5\sigma_j^0$ 的 I_i 认为是特异的。除去这些 I_i，由下式

$$\sigma_j=\sqrt{\frac{1}{60-a}\sum\left(I_i-\bar{I}_j\right)^2},\qquad j=3,4,\cdots,m-2 \tag{2.11}$$

再次算出 5 年移动标准差，记为 $\{\sigma_j\}$，式中 a 是特异值的个数。$\{\sigma_j\}$ 序列两端各缺少 2 项，分别采用距离始端和终端第 3 年的 $\{\sigma_j\}$ 来代替两端欠缺的 2 年的 σ_j 值。

在 X-11 中，特异项的界限值取为

$$\left|I_i-1\right|>2.5\sigma_j \qquad \text{（乘法模型）}$$

或

$$\left|I_i\right|>2.5\sigma_j \qquad \text{（加法模型）}$$

这样的 I_i 值为特异值。

二、特异项的修正

首先来计算修正的权数 w，

$$w_i=\begin{cases}0, & \text{当}\left|I_i-1\right|>2.5\sigma_j\text{时}\\ 1, & \text{当}\left|I_i-1\right|<1.5\sigma_j\text{时}\\ 2.5-\left|I_i-1\right|/\sigma_j, & \text{当}1.5\sigma_j\le\left|I_i-1\right|\le2.5\sigma_j\text{时}\end{cases} \tag{2.12}$$

$i=1,2,\cdots,n$ （n 是 I 序列的月数）， $j=1,2,\cdots,m$

采用加法模型时，(2.12)的各式中的 $\left|I_i-1\right|$ 换成 $\left|I_i\right|$ 即可。

利用上述的不等式可修正 I 序列的特异项：对应于 $w_i<1$ 的 I_i，以该 w_i 为权，与相近的前后各两项的 $I_{i-2},I_{i-1},I_{i+1},I_{i+2}$（注意所取的项所对应的 w 必须等于 1，否则取旁边的值）共 5 项作加权平均，用这样得到的值 $\widetilde{I}_i$ 替换 I_i。若对应于 $w_i<1$ 的 I_i 位于两端时，以该 w_i 为权，与其相近的 3 项 $w_i=1$ 的 I 值共 4 项作加权平均，用得到的这个平均值 $\widetilde{I}_i$ 替换 I_i。修正特异项后的 I 序列记为 I^w。

§2.5　X-11 方法中移动平均项数的选择方法

由于不同的经济指标所含的随机因素的干扰程度不同，这样有的经济时间序列具有较剧烈的随机变动，而有的经济时间序列的随机变动则较平缓。通常移动平均的项数越多，排除随机因素的概率越大。然而，移动平均的项数越多，在移动平均中损失的信息也越多。m 项移动平均在数据序列的始端和终端各损失 $(m-1)/2$ 个数据。数据序列的始端损失的信息，影响不大，而终端损失的信息，对分解的精度影响很大。为了解决这一问题，可以用较短长度的移动平均。然而对某些指标，较短长度的移动平均又不能完全消除随机因素，所以用固定项数的移动平均方法去排除随机因素，显然是不合适的。从而选择移动平均的适宜长度成为时间序列分解方法的重要内容。

一、从 TCI 序列中分解 I 序列

表 2.2　　亨德森移动平均的项数选择

$\bar{I}/\overline{TC}$	选择移动平均的长度 m
0.0—0.99	9 项亨德森移动平均
1.0—3.49	13 项亨德森移动平均
3.5 以上	23 项亨德森移动平均

假设已从原序列 Y 中去掉了季节要素 S，得到 TCI 序列。为了从 TCI 序列中获得趋势・循环要素 TC，必须消除不规则要素 I，所使用的是亨德森(Henderson)加权移动平均方法。亨德森加权移动平均有 5,9,13,23 项之别，不规则要素越大，需要的项数也越大。为了选择合适的移动平均项数，先采用亨德森 13 项移动平均求出初始的 TC 和 I 序列(以乘法模型为例)：

$$\begin{aligned} TC_i &= (TCI_i)^{\rightarrow(H,13)} \\ I_i &= TCI_i / TC_i \end{aligned} \tag{2.13}$$

式中 $(H,13)$ 表示 13 项亨德森加权移动平均。分别求出序列 TC 和 I 对前月变化率的绝对平均值，即

$$\overline{TC} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=2}^{n}\frac{|TC_i|}{|TC_{i-1}|} \tag{2.14}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=2}^{n}\frac{|I_i|}{|I_{i-1}|} \tag{2.15}$$

然后根据 $\bar{I}/\overline{TC}$ 的值选择亨德森移动平均的项数。

按照表 2.2 选择的项数,做亨德森移动平均就可求出趋势・循环要素

$$TC_i = (TCI_i)^{\rightarrow(H,m)} \tag{2.16}$$

式中 (H,m) 表示 m 项亨德森加权移动平均。

对于季度数据，一般都采用亨德森 5 项加权移动平均。

二、选择月别(季别)移动平均的项数

假设已从原序列中分解出季节・不规则要素 SI 。在 X-11 中对于季节・不规则要素 SI 的分解，都是采用月别(季别)移动平均来处理的(以下以月度数据为例进行说明)。月别移动平均是按月份对 SI 做移动平均，目的是把不规则要素 I 排除掉，记以 $(SI)^{\downarrow(m)}$（m 是项数)。例如 SI 序列的 4 月份的值如表 2.3 第二栏，则进行 3×3 项月别移动平均 $(SI)^{\downarrow(3\times3)}$ 的算法如表 2.3 所示。

为了选择月别移动平均的项数,首先采用 7 项月别移动平均从季节・不规则要素 SI 中分解出 S 和 I：

$$S_i = (SI_i)^{\downarrow(7)}$$

$$I_i = SI_i / S_i \tag{2.17}$$

分别按月求出序列 S 和 I 的对前年变化率的绝对平均值：

$$\bar{S}_j = \sum\left|\frac{S}{S_{-12}} - 1\right| \Big/ (m-1)$$

$$\bar{I}_j = \sum\left|\frac{I}{I_{-12}} - 1\right| \Big/ (m-1) \qquad j = 1,2,\cdots,12 \tag{2.18}$$

式中 m 是序列的年数。

表 2.3　　　　月别移动平均的计算例子

年份	4 月份的值	在开始和结尾部分各引进两个附加值	3×3 项移动平均值	
			3 项移动平均值	3×3 移动平均
		$(99+99.3)/2=\begin{cases}99.15\\99.15\end{cases}$	—	—
			99.10	—
1950	99	99.00	99.15	98.63
1951	99.3	99.30	97.63	98.85
1952	94.6	94.60	97.77	98.80
1953	105.4	105.4	99.00	99.68
1954	97.8	97.80	100.27	98.95
1955	97.7	97.70	97.57	98.45
1956	97.3	97.30	97.50	97.50
		$\frac{97.7+97.3}{2}=\begin{cases}97.5\\97.5\end{cases}$	97.43	—
			—	—

然后求出比值 $\bar{I}_j / \bar{S}_j$ ，这个比值称做 MSR (Moving Seasonal Ratio)。月别移动平均的项数是根据 MSR_j $(j=1,\cdots,12)$ 的值确定的。

表 2.4　月别移动平均的项数选择

MSR_j （$\bar{I}/\bar{S}$）	移动平均项数 m
0—1.49	3 项
1.5—2.49	3× 3 项
2.5—4.49	3× 5 项
4.5—6.49	3× 9 项
6.5—	3×15 项

再按照表 2.4 选择的项数 m 做月别移动平均便可以得到季节变动要素 S ：

$$S_i = (SI_i)^{\downarrow(m)} \tag{2.19}$$

§2.6　X-11 方法中的简明统计

在 X-11 中对各种分解要素给出了一套简明的统计分析结果，以便用户以此来分析经济指标的特

性和季节调整的效果。

本节中，设Y为原序列，当用月度数据时，MQ取为12；当用季度数据时，MQ取为4。

一、计算对前月(季)比(差分)的变化率序列

(1) 原序列Y对前月(季)比(差分)的变化率序列：

$$(R_Y)_i = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} - 1 \qquad （乘法模型）$$

$$(R_Y)_i = Y_i - Y_{i-1} \qquad （加法模型） \qquad (2.20)$$

$$i = 1, 2, \cdots, n$$

(2) 季节调整后序列TCI的对前月(季)比(差分)的变化率序列R_{TCI}：

$$(R_{TCI})_i = \frac{TCI_i}{TCI_{i-1}} - 1 \qquad （乘法模型）$$

$$(R_{TCI})_i = TCI_i - TCI_{i-1} \qquad （加法模型） \qquad (2.21)$$

$$i = 1, 2, \cdots, n$$

比较R_Y和R_{TCI}这两个变化率序列，后者应比前者变化幅度小些。

二、计算各要素的特性值

首先定义计算间隔j月(季)的变化率(量）的绝对平均值M_j的公式：

$$M_j = \frac{100}{n-j} \sum_{i=j+1}^{n} \left| \frac{L_i - L_{i-j}}{L_{i-j}} \right| \qquad （乘法模型）$$

$$M_j = \frac{100}{n-j} \sum_{i=j+1}^{n} \left(L_i - L_{i-j} \right(\qquad （加法模型） \qquad (2.22)$$

$$j = 1, 2, \cdots, MQ$$

将(2.22)式中的L分别用原序列Y、季节调整后序列TCI、不规则要素序列I、趋势·循环要素序列TC、季节要素序列S、月份调整因子序列P、周工作日变动要素序列D及仅去掉了不规则要素的TCS序列来替换，就得到了各自的间隔j月（季）的变化的特性值，分别用M_Y，M_{TCI}，M_I，M_{TC}，M_S，M_P，M_D，M_{TCS}来表示，可以用这些值来分析季节调整的效果：

(1) 由于去掉了季节要素，变化程度减弱了，原序列Y和季节调整后的序列TCI相比较，应有$\left(M_Y\right)_j \geq \left(M_{TCI}\right)_j$，$j = 1, \cdots, MQ$。

(2) 由于不规则要素I是随机变量序列，所以$(M_I)_j$对于不同的j没有明显的差别。

(3) 由于季节要素S是以一年为周期变动，在$j = MQ$时,应明显地小。

(4) 在该经济指标中，如果趋势·循环要素占支配地位，则$\left(M_{TC}\right)_j$应随着j递增。

三、计算 *MCD* 值

在讨论序列的光滑性时，常常使用 *MCD* (Months for Cyclical Dominance)间隔方式的概念，*MCD* 值是趋势·循环要素变化率的绝对平均值大于不规则要素变化率的绝对平均值的最短月(季)数。平滑序列的 *MCD* 值较小，不规则变动要素大的序列的 *MCD* 值较大。首先计算下面的比值

$$MR_j = \frac{(M_I)_j}{(M_{TC})_j} \quad , \qquad j = 1, 2, \cdots, 8 \tag{2.23}$$

这 8 个比值说明在间隔不同月(季)数时不规则要素和趋势·循环要素的比例关系，*MCD* 取 MR_j 中最先小于 1 的间隔月(季)数

j'，即

$$MCD = j' \tag{2.24}$$

例如：

MR_1	MR_2	MR_3	MR_4	MR_5	……
3.5	2.1	1.6	0.9	0.6	……

在这种情况下，取 $MCD = 4$。

当 $j' \geq 6$ 时，取 $MCD = 6$。若 $j' \leq 3$，则取 $MCD = 3$。

四、计算平均游程 (Average Duration of Run)

首先定义符号序列：

$$S_i = \begin{cases} + \ (\text{比}\, i-1\text{月增加或相等}) \\ - \ (\text{比}\, i-1\text{月减少}) \end{cases} \qquad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n) \tag{2.25}$$

$$ADR = \frac{\text{数据个数}}{S\text{序列中改变符号的次数}} \tag{2.26}$$

ADR 值表示了序列中正号和负号发生变化的平均延续时间，即序列中同方向变化的频度。分别对 *TCI* 序列，*I* 序列和 *TC* 序列利用(2.30)式计算 *ADR* 值。*ADR* 值越大，说明序列的变化越平缓，*ADR* 值越小，说明序列的变化越剧烈。

在 X-11 中还计算间隔 j 月(季)的变化率(量)的均值和标准差。

在实际计算过程中，我们同时采用了 Eviews3.1 统计软件进行季节调整。

以下是工业增加值指标季节调整前后的对比图

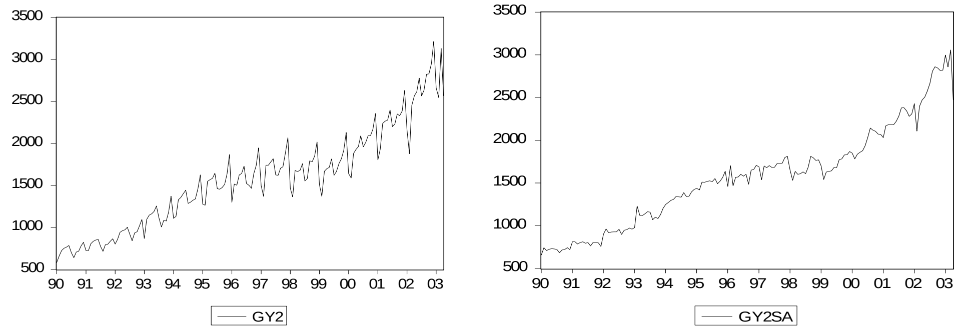

图 2.6.1 工业增加值指标季节调整前后的对比图

以下是固定资产投资完成额季节调整前后的对比图

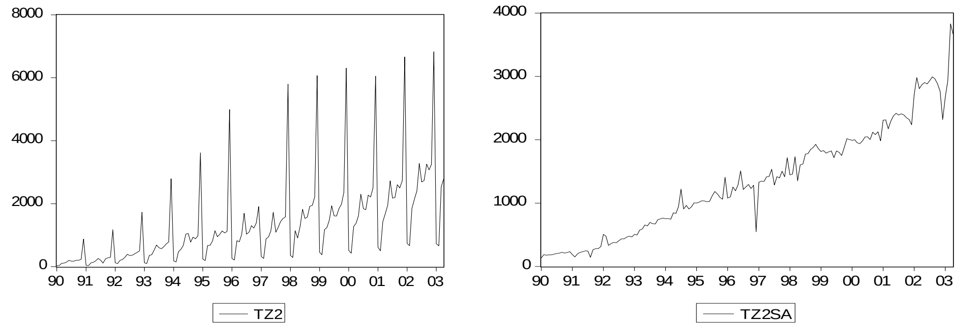

图 2.6.2 固定资产投资完成额季节调整前后的对比图

以下是社会消费品零售总额季节调整前后的对比图

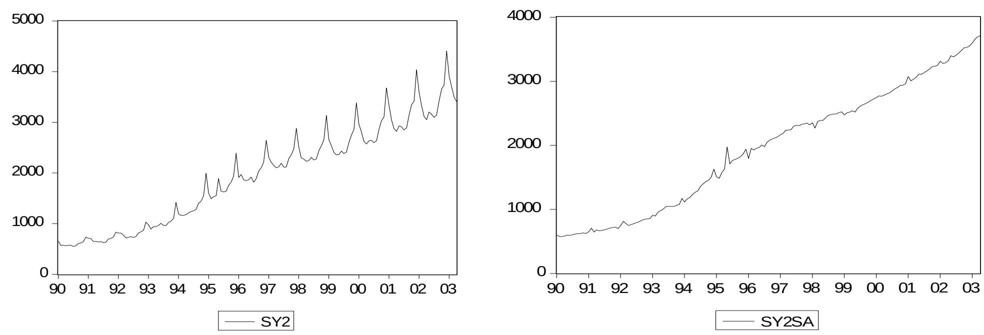

图 2.6.3 社会消费品零售总额季节调整前后的对比图

从季节调整前后的对比图可以看出，季节调整以前时间序列存在明显的季节变动的影响，而季节调整后的时间序列则不存在季节变动的影响。